NOWA FORMUŁA:

1.ZADANIE 14 (0-6) M2020

Podstawą ostrosłupa czworokątnego *ABCDS* jest trapez *ABCD* $(AB \| CD)$. Ramiona tego trapezu mają długości $|AD|=10$ i $|BC|=16$, a miara kąta *ABC* jest równa 30° . Każda ściana boczna tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt α , taki, że $tg\alpha = \frac{9}{2}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

$V = 624$

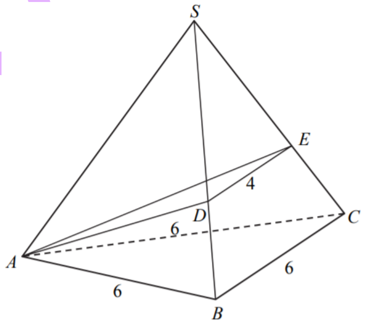
2.ZADANIE 15 (0-7) M2019

Rozważmy wszystkie graniastosłupy prawidłowe trójkątne o objętości $V = 2$. Wyznacz długości krawędzi tego z rozważanych graniastosłupów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

$Pc = 6\sqrt{3}$

3.ZADANIE 11 (0-6) C2019

Podstawą ostrosłupa prawidłowego *ABCS* jest trójkąt równoboczny *ABC* o boku długości 6. Na krawędziach bocznych *BS* i *CS* wybrano punkty, odpowiednio *D* i *E*, takie że $|BD| = |CE|$ oraz $|DE| = 4$ (zobacz rysunek). Płaszczyzna *ADE* jest prostopadła do płaszczyzny ściany bocznej *BCS* ostrosłupa.

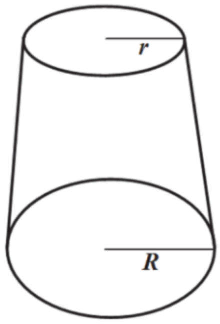


Oblicz objętość tego ostrosłupa.

$18\sqrt{2}$

4.ZADANIE 10 (0-4) M2018

Objętość stożka ściętego (przedstawionego na rysunku) można obliczyć ze wzoru $V = \frac{1}{3}\pi H(r^2 + rR + R^2)$, gdzie *r* i *R* są promieniami podstaw $(r < R)$, a *H* jest wysokością bryły. Dany jest stożek ścięty, którego wysokość jest równa 10, objętość 840π , a $r = 6$. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tej bryły do jednej z jej podstaw.



$$\cos|kątDBE| = \frac{9}{\sqrt{106}}$$

5.ZADANIE 9 (0-4) M2017

W czworościanie, którego wszystkie krawędzie mają taką samą długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworościanu. Płaszczyzna π , równoległa do podstawy tego czworościanu, dzieli go na dwie bryły: ostrosłup o objętości równej $\frac{8}{27}$ objętości dzielonego czworościanu i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka S kuli od płaszczyzny π , tj. długość najkrótszego spośród odcinków SP, gdzie P jest punktem płaszczyzny π .

$$d = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

6.ZADANIE 15 (0-7) M2017

Rozpatrujemy wszystkie walce o danym polu powierzchni całkowitej P. Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.

$$r = \sqrt{\frac{P}{6\pi}}, h = \sqrt{\frac{2P}{3\pi}}, V = \frac{P}{3} \cdot \sqrt{\frac{P}{6\pi}}$$

7.ZADANIE 15 (0-6) M2015

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDS$ o podstawie ABCD wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę $120°$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

$\boxed{V = \frac{500}{3}}$

8.ZADANIE 4 (0-1) C2015

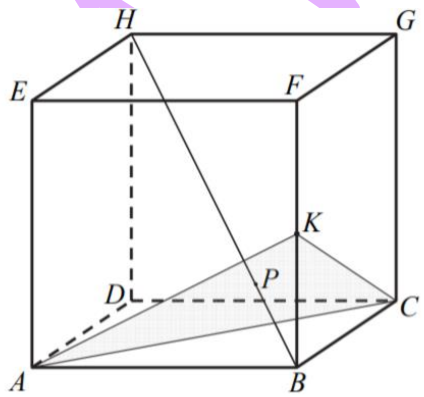
W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają jednakową długość. Wynika stąd, że cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{3}$

A

9.ZADANIE 11 (0-3) C2015

Dany jest sześcian *ABCDEFGH*. Przez wierzchołki *A* i *C* oraz środek *K* krawędzi *BF* poprowadzono płaszczyznę, która przecina przekątną *BH* w punkcie *P* (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|BP|:|HP| = 1:3$.

STARA FORMUŁA:

10.ZADANIE 12 (0-6) M2020

Podstawą ostrosłupa czworokątnego *ABCDS* jest trapez *ABCD* $(AB||CD)$. Ramiona tego trapezu mają długości $|AD| = 10$ i $|BC| = 16$, a miara kąta *ABC* jest równa 30° . Każda ściana boczna tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt α , taki, że $\tan\alpha = \frac{9}{2}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

624

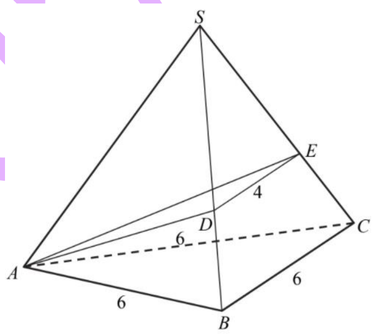
11.ZADANIE 11 (0-6) M2019

Podstawą ostrosłupa *ABCDS* jest prostokąt *ABCD*, którego boki mają długości $|AB| = 32$ i $|BC| = 18$. Ściany boczne *ABS* i *CDS* są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem α . Ściany boczne *BCS* i *ADS* są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem β . Miary kątów α i β spełniają warunek: $\alpha + \beta = 90°$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

$\boldsymbol{tg\alpha = \frac{4}{3}, P_c = 1416}$

12.ZADANIE 11 (0-6) C2019

Podstawą ostrosłupa prawidłowego *ABCS* jest trójkąt równoboczny *ABC* o boku długości 6. Na krawędziach bocznych *BS* i *CS* wybrano punkty, odpowiednio *D* i *E*, takie że $|BD| = |CE|$ oraz $|DE| = 4$ (zobacz rysunek). Płaszczyzna *ADE* jest prostopadła do płaszczyzny ściany bocznej *BCS* ostrosłupa.



Oblicz objętość tego ostrosłupa.

$\boldsymbol{18\sqrt{2}}$

13.ZADANIE 11 (0-5) M2018

Przekrój ostrosłupa prawidłowego trójkątnego *ABCS* płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek *S* i wysokości dwóch ścian bocznych jest trójkątem równobocznym. Krawędź boczna tego ostrosłupa ma długość $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

$\boldsymbol{V = \frac{32\sqrt{3}}{27}}$

14.ZADANIE 3 (0-5) C2018

Podstawą ostrosłupa prawidłowego *ABCDS* jest kwadrat *ABCD*. Punkt *M* jest środkiem odcinka *AB*, a punkt *N* jest środkiem odcinka *BC*. Trójkąt *MNS* jest równoboczny i jego bok ma długość *m*. Oblicz objętość ostrosłupa *ABCDS* i kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa.

$\boldsymbol{V = \frac{\sqrt{2}m^3}{3}, \alpha = 45°}$

15.ZADANIE 10 (0-6) M2017

Przekątne sąsiednich ścian bocznych prostopadłościanu wychodzące z jednego wierzchołka tworzą z jego podstawą kąty o miarach $\frac{\pi}{3}$ i α . Cosinus kąta między tymi przekątnymi jest równy $\frac{\sqrt{6}}{4}$. Wyznacz miarę kąta α .

$\boldsymbol{\alpha = \frac{\pi}{4}}$

16.ZADANIE 8 (0-6) M2016

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym *ABCDS* o podstawie *ABCD* wysokość jest równa 5, a kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa ma miarę $120°$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

$\boldsymbol{\frac{500}{3}}$

17.ZADANIE 12 (0-4) C2016

Trójkąt *ABC* jest podstawą prawidłowego ostrosłupa *ABCS*, którego krawędź boczna ma długość 10. Punkt *D* jest środkiem wysokości *SO* ostrosłupa oraz $|AD| = 2\sqrt{13}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

$\boldsymbol{72\sqrt{3}}$

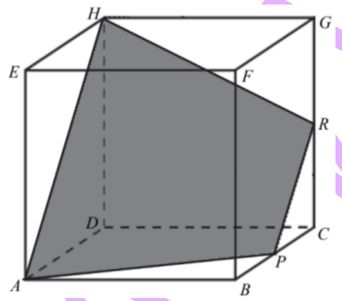
18.ZADANIE 10 (0-6) M2015

Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego *ABCDS* ma długość a. Ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem 2α . Ostrosłup ten przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy i dzieli na połowy kąt pomiędzy ścianą boczną i podstawą. Oblicz pole powstałego przekroju tego ostrosłupa.

$$a^2\frac{\sin 2\alpha(\sin 3\alpha-\sin\alpha\cos 2\alpha)}{\sin^2 3\alpha}$$

19.ZADANIE 9 (0-5) C2015

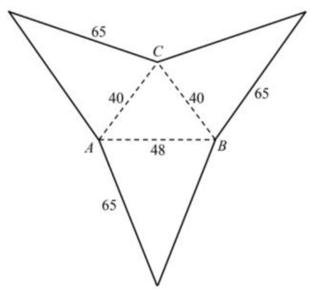
Dany jest sześcian *ABCDEFGH* o krawędzi długości 2. Punkt *P* jest środkiem krawędzi *BC.* Płaszczyzna *AHP* przecina krawędź *CG* w punkcie *R* (zobacz rysunek). Oblicz pole przekroju tego sześcianu płaszczyzną przechodzącą przez punkty *A, H, R* i *P*.



$$\frac{9}{2}$$

20.ZADANIE 9 (0-6) M2014

Oblicz objętość ostrosłupa trójkątnego *ABCS*, którego siatkę przedstawiono na rysunku.



$$V_{ABCS}=15360$$

21.ZADANIE 10 (0-5) C2014

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat *ABCD* o boku długości 25. Ściany boczne *ABS* i *BCS* mają takie same pola, każde równe 250. Ściany boczne *ADS* i *CDS* też mają jednakowe pola, każde równe 187,5. Krawędzie boczne *AS* i *CS* mają równe długości. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

2500

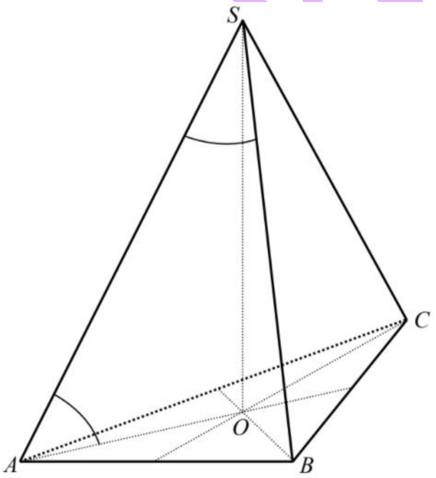
22.ZADANIE 10 (0-4) M2013

W ostrosłupie *ABCS* podstawa *ABC* jest trójkątem równobocznym o boku długości *a*. Krawędź *AS* jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Odległość wierzchołka *A* od ściany *BCS* jest równa *d*. Wyznacz objętość tego ostrosłupa.

$$V = \frac{a^3 d}{4\sqrt{3a^2 - 4d^2}}$$

23.ZADANIE 9 (0-5) C2013

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego *ABCS* jest trójkąt *ABC* . Kąt nachylenia krawędzi bocznej *AS* do płaszczyzny podstawy ostrosłupa jest równy kątowi między krawędziami bocznymi *AS* i *BS* zawartymi w ścianie bocznej *ASB* tego ostrosłupa (zob. rysunek). Oblicz kosinus tego kąta.



$$\frac{\sqrt{7}-1}{3}$$

24.ZADANIE 10 (0-5) M2012

Podstawą ostrosłupa *ABCS* jest trójkąt równoramienny *ABC*. Krawędź *AS* jest wysokością ostrosłupa oraz $|AS| = 8\sqrt{210}$, $|BS| = 118$, $|CS| = 131$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

$$1760\sqrt{210}$$

25.ZADANIE 11 (0-5) C2012

Podstawą ostrosłupa *ABCS* jest trójkąt równoramienny *ABC*, w którym $|AB| = 30$, $|BC| = |AC| = 39$ i spodek wysokości ostrosłupa należy do jego podstawy. Każda wysokość ściany bocznej poprowadzona z wierzchołka *S* ma długość 26. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

4320

26.ZADANIE 8 (0-4) M2011

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych, w których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 24, jest taki, który ma największe pole powierzchni bocznej. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.

1

27.ZADANIE 11 (0-6) M2011

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny *ABCDS* o podstawie *ABCD*. W trójkącie równoramiennym *ASC* stosunek długości podstawy do długości ramienia jest równy $|AC|:|AS| = 6:5$. Oblicz sinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.

$\frac{4\sqrt{82}}{41}$

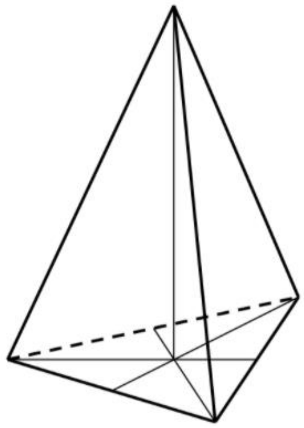
28.ZADANIE 11 (0-5) M2010

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość *a*. Ściany boczne są trójkątami ostrokątnymi. Miara kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi jest równa 2α . Wyznacz objętość tego ostrosłupa.

$\frac{a^3 cos\alpha}{12\sqrt{4sin^2\alpha-1}}$

29.ZADANIE 11 (0-6) M2009

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym krawędź podstawy ma długość a i krawędź boczna jest od niej dwa razy dłuższa. Oblicz cosinus kąta między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ostrosłupa. Narysuj przekrój ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej krawędzi bocznej i oblicz pole tego przekroju.



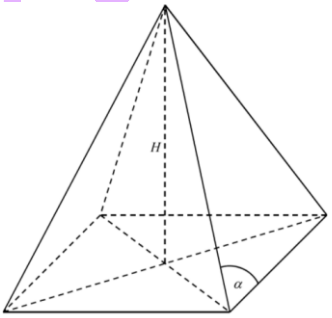
$\cos\alpha = \frac{1}{4}, P = \frac{a^2\sqrt{5}}{4}$

30.ZADANIE 11 (0-5) M2008

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym dane są: H – wysokość ostrosłupa oraz α – miara kąta utworzonego przez krawędź boczną i krawędź podstawy $(45° < \alpha < 90°)$.

a) Wykaż, że objętość V tego ostrosłupa jest równa $\frac{4}{3} \cdot \frac{H^3}{\tan^2 \alpha - 1}$.

b) Oblicz miarę kąta α , dla której objętość V danego ostrosłupa jest równa $\frac{2}{9} H^3$. Wynik podaj w zaokrągleniu do całkowitej liczby stopni.



$\alpha \approx 69°$

31.ZADANIE 3 (0-5) M2007

Kapsuła lądownika ma kształt stożka zakończonego w podstawie półkulą o tym samym promieniu co promień podstawy stożka. Wysokość stożka jest o 1 m większa niż promień półkuli. Objętość stożka stanowi $\frac{2}{3}$ objętości całej kapsuły. Oblicz objętość kapsuły lądownika.

$V = \frac{2\pi}{27} m^3$