

NOWA FORMUŁA:

1.ZADANIE 5 (0-2) M2020

W trójkącie ABC bok AB jest 3 razy dłuższy od boku AC , a długość boku BC stanowi $\frac{4}{5}$ długości boku AB .

Oblicz cosinus najmniejszego kąta trójkąta ABC .

W kratki poniżej wpisz kolejno – od lewej do prawej – pierwszą, drugą oraz trzecią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

955

2.ZADANIE 10 (0-4) M2019

Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC oraz $|AC| = 16$, $|AD| = 6$, $|CD| = 14$, $|BC| = |BD|$.

Oblicz obwód trójkąta ABC .

$L_{ABC} = 120$

3.ZADANIE 10 (0-4) C2019

Miara kąta wewnętrznego n -kąta foremnego jest o 2° mniejsza od miary kąta wewnętrznego $(n + 2)$ -kąta foremnego. Oblicz n .

$n = 18$

4.ZADANIE 15 (0-7) M2018

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy a i wysokości trapezu jest równa 2.

- Wyznacz wszystkie wartości a , dla których istnieje trapez o podanych własnościach.
- Wykaż, że obwód L takiego trapezu, jako funkcja długości a dłuższej podstawy trapezu, wyraża

się wzorem
$$L(a) = \frac{4a^2 - 8a + 8}{a}.$$

- Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.

$$D_L = (1, 2), \operatorname{tg} \sphericalangle ABC = 1$$

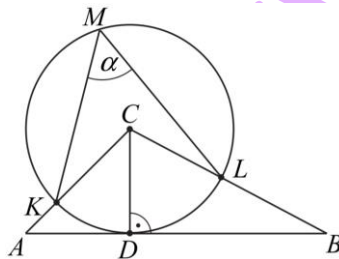
5.ZADANIE 12 (0-5) C2018

Trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AB i CD jest opisany na okręgu. Ramię BC ma długość 10, a ramię AD jest wysokością trapezu. Podstawa AB jest 2 razy dłuższa od podstawy CD . Oblicz pole tego trapezu.

72

6.ZADANIE 3 (0-1) M2017

Odcinek CD jest wysokością trójkąta ABC , w którym $|AD| = |CD| = \frac{1}{2}|BC|$ (zobacz rysunek). Okrąg o środku C i promieniu CD jest styczny do prostej AB . Okrąg ten przecina boki AC i BC trójkąta odpowiednio w punktach K i L .



Zaznaczony na rysunku kąt α wpisany w okrąg jest równy

- A. $37,5^\circ$
- B. 45°
- C. $52,5^\circ$
- D. 60°

C

7.ZADANIE 14 (0-6) C2017

Trapez równoramienny $ABCD$ o ramieniu długości 6 wpisany jest w okrąg, przy czym dłuższa podstawa AB trapezu, o długości 12, jest średnicą tego okręgu. Przekątne AC i BD trapezu przecinają się w punkcie P . Oblicz pole koła wpisanego w trójkąt ABP .

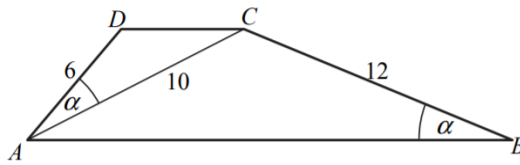
$$36(7 - 4\sqrt{3})\pi$$

8.ZADANIE 3 (0-1) C2016

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD dane są: $|AD| = 6$, $|BC| = 12$, $|AC| = 10$ oraz

Maturalne pewniaki – poziom rozszerzony:
planimetria (zagadnienia obliczeniowe)

$|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle CAD|$ (zobacz rysunek).



Wówczas długość podstawy AB tego trapezu jest równa

- A. $|AB| = 18$
- B. $|AB| = 20$
- C. $|AB| = 22$
- D. $|AB| = 24$

B

9.ZADANIE 14 (0-4) C2016

W trójkącie prostokątnym stosunek różnicy długości przyprostokątnych do długości przeciwprostokątnej jest równy $\frac{1}{2}$. Oblicz cosinusy kątów ostrych tego trójkąta.

$$\frac{-1+\sqrt{7}}{4} \text{ i } \frac{1+\sqrt{7}}{4}$$

10.ZADANIE 10 (0-4) M2015

Długości boków czworokąta $ABCD$ są równe: $|AB| = 2$, $|BC| = 3$, $|CD| = 4$, $|DA| = 5$. Na czworokącie $ABCD$ opisano okrąg. Oblicz długość przekątnej AC tego czworokąta

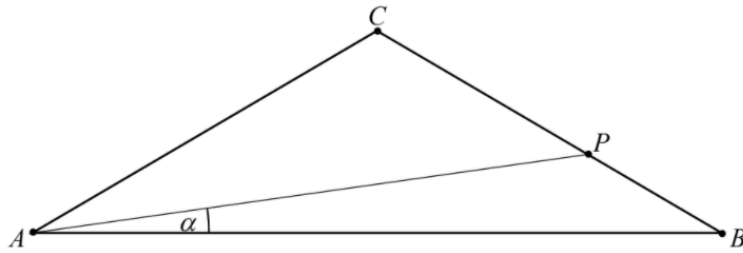
$$|AC| = \sqrt{\frac{253}{13}}$$

STARA FORMUŁA:

11.ZADANIE 8 (0-4) M2020

W trójkącie równoramiennym ABC : $|AC| = |BC| = 10$, a miara kąta ABC jest równa 30° . Na boku BC wybrano punkt P , taki, że $\frac{|BP|}{|PC|} = \frac{2}{3}$. Oblicz sinus kąta α (zobacz rysunek).

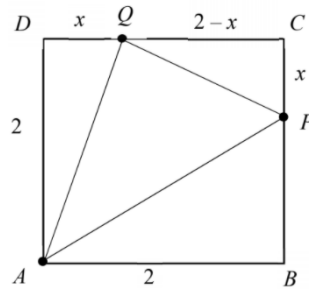
Maturalne pewniaki – poziom rozszerzony:
planimetria (zagadnienia obliczeniowe)



Odp: $\frac{1}{7}$

12.ZADANIE 10 (0-5) M2020

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 2. Na bokach BC i CD tego kwadratu wybrano – odpowiednio – punkty P i Q , takie, że długość odcinka $|PC| + |QD| = x$ (zobacz rysunek). Wyznacz tę wartość x , dla której pole trójkąta APQ osiąga wartość najmniejszą. Oblicz to najmniejsze pole.



Odp: $x = 1, P_{min} = \frac{3}{2}$

13.ZADANIE 8 (0-4) M2019

Punkt D leży na boku AB trójkąta ABC oraz $|AC| = 16, |AD| = 6, |CD| = 14$ i $|BC| = |BD|$. Oblicz obwód trójkąta ABC .

Odp: 120

14.ZADANIE 8 (0-4) C2019

Miara kąta wewnętrznego n -kąta foremnego jest o 2° mniejsza od miary kąta wewnętrznego $(n + 2)$ -kąta foremnego. Oblicz n .

Odp: $n = 18$

15.ZADANIE 3 (0-5) M2018

**Maturalne pewniaki – poziom rozszerzony:
planimetria (zagadnienia obliczeniowe)**

Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $|AD| = |AB| = |BC| = a$, $|\sphericalangle BAD| = 60^\circ$ i $|\sphericalangle ADC| = 135^\circ$. Oblicz pole czworokąta $ABCD$.

Odp: $\frac{a^2(\sqrt{3} + 1)}{4}$

16.ZADANIE 8 (0-5) C2018

Trapez prostokątny o podstawach AB i CD jest opisany na okręgu. Ramię BC ma długość 10, a ramię AD jest wysokością trapezu. Podstawa AB jest 2 razy dłuższa od podstawy CD . Oblicz pole tego trapezu.

Odp: 72

17.ZADANIE 6 (0-3) M2017

W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c , długość boku BC jest równa a oraz $|\sphericalangle ABC| = \beta$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC trójkąta w punkcie E . Wykaż, że długość odcinka BE jest równa $\frac{2ac \cdot \cos \frac{\beta}{2}}{a+c}$

18.ZADANIE 9 (0-6) M2017

W trójkącie równoramiennym wysokość opuszczona na podstawę jest równa 36, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 10. Oblicz długości boków tego trójkąta i promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

Odp: 30, 39, 39 $R = \frac{169}{8}$

19.ZADANIE 5 (0-6) M2016

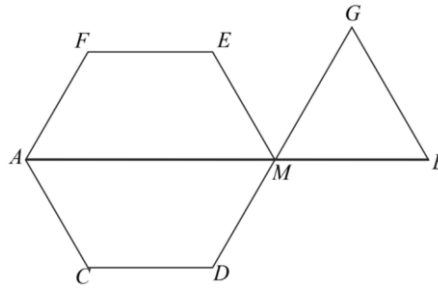
W trapezie równoramiennym $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, dane są $|AB| = 84$, $|CD| = 36$, $|BC| = |AD| = 40$. Oblicz promień okręgu wpisanego w trójkąt ABP , gdzie P jest punktem przecięcia przekątnych tego trapezu.

Odp: 10,5

20.ZADANIE 8 (0-5) C2016

Dany jest odcinek AB o długości 10. Rozpatrujemy wszystkie sześciokąty foremne $ACDMEF$ i trójkąty równoboczne MBG , których wspólny wierzchołek M leży na odcinku AB (zobacz rysunek).

Maturalne pewniaki – poziom rozszerzony:
planimetria (zagadnienia obliczeniowe)



Oblicz stosunek obwodu sześciokąta $ACDMEF$ do obwodu trójkąta MBG w przypadku, gdy suma pól tych dwóch wielokątów jest najmniejsza.

Odp: $\frac{2}{3}$

21.ZADANIE 10 (0-4) C2016

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = |BC| = 10$, $|\sphericalangle ACB| = 120^\circ$. Na boku CB obrano punkt P dzielący ten bok w stosunku 2:3 (licząc od punktu C). Oblicz sinus kąta PAB .

Odp: $\frac{1}{7}$

22.ZADANIE 8 (0-4) M2015

Na boku AB trójkąta równobocznego ABC wybrano punkt D taki, że $|AD| : |DB| = 2 : 3$. Oblicz tangens kąta ACD .

Odp: $\frac{\sqrt{3}}{4}$

23.ZADANIE 5 (0-5) M2014

Dane są trzy okręgi o środkach A, B, C i promieniach równych odpowiednio $r, 2r, 3r$. Każde dwa z tych okręgów są zewnętrznie styczne: pierwszy z drugim w punkcie K , drugi z trzecim w punkcie L i trzeci z pierwszym w punkcie M . Oblicz stosunek pola trójkąta KLM do pola trójkąta ABC .

Odp: $\frac{P_{KLM}}{P_{ABC}} = \frac{1}{5}$

24.ZADANIE 2 (0-4) C2014

W czworokąt $ABCD$, w którym $|AD| = 5\sqrt{3}$ i $|CD| = 6$, można wpisać okrąg. Przekątna BD tworzy z bokiem AB czworokąta kąt o mierze 60° , natomiast z

**Maturalne pewniaki – poziom rozszerzony:
planimetria (zagadnienia obliczeniowe)**

bokiem AD tworzy kąt, którego sinus jest równy $\frac{3}{4}$. Wyznacz długości boków AB i BC oraz długość przekątnej BD tego czworokąta.

Odp: $AB = \frac{15}{2}, BC = \frac{27}{2} - 5\sqrt{3}, BD = \frac{15+5\sqrt{21}}{4}$

25.ZADANIE 9 (0-5) M2013

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = 17$ i $|BC| = 10$. Na boku AB leży punkt D taki, że $|AD| : |DB| = 3 : 4$ oraz $|DC| = 10$. Oblicz pole trójkąta ABC .

Odp: $P_{ABC} = 84$

26.ZADANIE 6 (0-5) C2013

W równoległoboku $ABCD$ miara kąta ostrego jest równa 30° , a odległości punktu przecięcia się przekątnych od sąsiednich boków równoległoboku są równe 2 i $\sqrt{3}$. Oblicz długość krótszej przekątnej tego równoległoboku.

Odp: 4

27.ZADANIE 9 (0-5) M2012

Dany jest prostokąt $ABCD$, w którym $|AB| = a, |BC| = b$ i $a > b$. Odcinek AE jest wysokością trójkąta DAB opuszczoną na jego bok BD . Wyraż pole trójkąta AED za pomocą a i b .

Odp: $\frac{ab^3}{2a^2+2b^2}$

28.ZADANIE 8 (0-5) C2012

W czworokącie $ABCD$ dane są długości boków: $|AB| = 24, |CD| = 15, |AD| = 7$. Ponadto kąty DAB oraz BCD są proste. Oblicz pole tego czworokąta oraz długości jego przekątnych.

Odp: $P_{ABCD} = 234, BD = 25, AC = 20$

29.ZADANIE 6 (0-4) M2011

Podstawa AB trójkąta równoramiennego ABC ma długość 8 oraz $|\sphericalangle ABC| = 30^\circ$. Oblicz długość środkowej AD tego trójkąta.

Odp: $AD = \frac{4\sqrt{21}}{3}$

30.ZADANIE 3 (0-4) M2010

Bok kwadratu $ABCD$ ma długość 1. Na bokach BC i CD wybrano odpowiednio punkty E i F umieszczone tak, by $|CE| = 2|DF|$. Oblicz wartość $x = |DF|$, dla której pole trójkąta AEF jest najmniejsze.

Odp: $x = \frac{1}{4}$

31.ZADANIE 12 (0-4) M2008

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD .

Odp: $AD = \frac{21}{5}$

32.ZADANIE 4 (0-3) M2007

Dany jest trójkąt o bokach długości $1, \frac{3}{2}, 2$. Oblicz cosinus i sinus kąta leżącego naprzeciw najkrótszego boku tego trójkąta.

Odp: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{8}, \cos\alpha = \frac{7}{8}$

33.ZADANIE 10 (0-4) M2007

Na kole opisany jest romb. Stosunek pola koła do pola rombu wynosi $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$. Wyznacz miarę kąta ostrego rombu.

Odp: 60°